****

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

 В настоящее время все более актуальной становится проблема развития одаренных детей. Это, прежде всего, связано с потребностью общества в неординарной творческой личности. Неопределенность современной окружающей обстановки требует от человека не только высокой активности, но и его умения, способности нестандартного поведения. Раннее выявление, обучение и развитие одаренных и талантливых детей составляет одну их главных проблем совершенствования системы образования.

 **Актуальность** программы определена тем, что обучающиеся должны иметь мотивацию к обучению математики, стремиться развивать свои интеллектуальные возможности.

 **Новизна.** Данная программа позволяет обучающимся ознакомиться со многими интересными вопросами математики, выходящими за рамки школьной программы, расширить целостное представление о проблеме данной науки. Решение математических задач, связанных с логическим мышлением закрепит интерес детей к познавательной деятельности, будет способствовать развитию мыслительных операций и общему интеллектуальному развитию. Также при подборе материала учитывалось следующее: показать учащимся красоту математики, её связь с искусством, природой.

 Основная **направленность программы – естественнонаучная**.

 Не менее важным фактором реализации данной программы является и стремление развивать у обучающихся умений самостоятельно работать, думать, решать творческие задачи, а также совершенствовать навыки аргументации собственной позиции по определенному вопросу.

 Содержание программы соответствует познавательным возможностям обучающихся и предоставляет им возможность работать на уровне повышенных требований, развивая учебную мотивацию.

 Занятия должны содействовать развитию у детей математического образа мышления: краткости речи, умелому использованию символики, правильному применению математической терминологии и т.д.

 Творческие работы, проектная деятельность и другие технологии, используемые на занятии, должны быть основаны на любознательности детей, которую и следует поддерживать и направлять. Данная практика поможет ему успешно овладеть не только общеучебными умениями и навыками, но и осваивать более сложный уровень знаний по предмету, достойно выступать на олимпиадах и участвовать в различных конкурсах. Раскрытие одаренности не сводится к углубленному обучению. В самом же обучении усвоение новой информации подчиняется задаче усвоения методовистиля, свойственных математике. Владение этими методами в дальнейшем поможет им не растеряться на различных математических соревнованиях.

 От уровня подготовленности состава группы зависит объем теоретического материала и перечень тем для занятий. При работе с начинающими заниматься математикой обучающимися рекомендуется больше внимания уделять решению задач, объем теоретических занятий должен быть минимальным. Следует учить не столько фактам, сколько идеям и способам рассуждений.Введение основных тем, стандартных задач происходит при постепенном погружении в данный тип задач. Основные виды задач разбираются вместе с педагогом, затем даются задачи для самостоятельного решения. Материал был отобран в соответствии с возрастными особенностями обучающихся и включил в себя темы, которые чаще всего встречаются на различных математических соревнованиях. Также при подборе материала учитывалось следующее: показать учащимся красоту математики, её связь с искусством, природой.

 Данная программа, в объеме 30 часов, рассчитана на обучающиеся, которые проявляют интерес к математике, и при этом не обязательно обладают ярко выраженными математическими способностями. Для осознанного усвоения содержания, указанных тем, особое внимание уделяется практическим занятиям, групповой работе, знакомству с историческими фактами, сочетанию познавательной работы на занятиях с исследовательской домашней работой. Решение задач на смекалку, задач- ловушек, головоломок призвано помочь развитию памяти, смекалки, внимания и других качеств, позволяющих нестандартно мыслить. Такие задачи доступны для указанной возрастной группы, так как многие из них имеют игровой характер, позволяют поддерживать постоянный интерес различными историческими экскурсами, организовывать состязательные ситуации при их решении. Обучающиеся получают в основном практические навыки в решении задач, курс не содержит обилия теоретических выкладок, что исключает уменьшение интереса к предмету в данной возрастной группе.

 Дополнительная образовательная программа «Эрудит» имеет большое образовательное и воспитательное значение. Она направлена на овладение обучающимися конкретными предметными знаниями и умениями, необходимыми для дальнейшего применения.

 **Цель программы** – создание условий для раскрытия и развития внутреннего потенциала, способностей высокомотивированных обучающихся и детей с признаками одаренности, удовлетворения их познавательных потребностей.

  **Главной задачей** данной программы является формирование и развитие аналитических способностей у одаренных обучающихся, формирование исследовательских умений, а также развитие у них таких психических функций, как систематичность и последовательность мышления, способность к обобщению, сообразительность, память на числа, сосредоточение внимания, выдержку и настойчивость в работе.

Предлагаемая программа ставит своими **задачами**:

**Обучающие:**

* познакомить с разными способами и схемами поиска решения занимательных задач по математике;
* создать у обучающихся целостное представление о стандартных и нестандартных задачах;
* учить решению задач олимпиадного характера, готовить обучающихся к успешному участию в олимпиадах по математике;
* готовить обучающихся к успешному участию во Всероссийских игровых конкурсах различной направленности.

**Воспитывающие:**

* способствовать расширению кругозора обучающихся;
* дополнить обязательный учебный материал сведениями о математике и математиках, о математических фокусах, софизмах, головоломках;
* вовлекать обучающихся в исследовательскую самостоятельную деятельность;
* формировать устойчивый интерес к предмету,
* показать связь математики с другими науками;

**Развивающие:**

* развивать у обучающихся общие умения решать любые математические задачи;
* развивать логику и умение нестандартно мыслить;
* развивать математические способности.

 Обучению решению задач в математике уделяется много внимания, но единственным методом такого обучения на уроках является показ способов решения определенных видов стандартных задач и значительная, порой изнурительная практика по овладению ими. Решением нестандартных задач на уроках обучающиеся практически не занимаются или делают это крайне редко. А ведь именно решение таких задач способствует углублению знаний обучающиеся, развитию их природных способностей и дарований, развитию логического, аналитического мышления, вовлекает их в серьезную самостоятельную работу. Поэтому на занятиях обучающимся предлагаются различные виды нестандартных задач: числовые ребусы, старинные, логические задачи, задачи на лабиринты, на разрезания, перекладывания, перекраивания, переливания, взвешивания, комбинаторные задачи, а также даются способы и методы их решения.

**Участники программы:** обучающиеся 7-8 классов, возраст 12-14 лет.

**Срок реализации:** 1 год

**Режим занятий:** Дополнительная образовательная программа “Эрудит” рассчитана на 1 год, 30 занятий (один раз в неделю, продолжительность занятия 45 минут) и предусматривает диагностику развития детей.

**Формы работы:** Занятия будут достигать успеха, если дети заинтересованы и увлечены работой. Для этого необходима хорошая организация и продуманная методика проведения занятий. Изучение теоретического материала включает в себя *рассказ, беседа, анализ решений математических задач.*

**Основные методы обучения** – *словесный, наглядный.* Практическая часть - это закрепление материала через игровую деятельность (*сюжетно-ролевые игры, игры-соревнования, игры-путешествия, игры-эстафеты и др*.)

 Использование игровых приемов повышают интерес к данному виду деятельности и эффективность обучения. Кроме того, используются и другие формы изучения и закрепления материала: *конкурсы кроссвордов, изготовление моделей, проведение КВН, викторин, конкурсов* и т.д. *Творческие работы, проектная деятельность* и другие технологии, используемые в системе работы занятий, должны быть основаны на любознательности детей, которую и следует поддерживать и направлять.  Данная практика поможет им успешно овладеть не только общеучебными умениями и навыками, но и осваивать более сложный уровень знаний по предмету, достойно выступать на олимпиадах и участвовать в различных конкурсах.

 Работа творческого объединения осуществляется с учетом индивидуального подхода к обучению обучающихся с использованием **активных форм и методов познавательной деятельности, современных образовательных технологий**: информационно-коммуникативной, исследовательской (проблемно-поисковой), деятельностного подхода и другие. Учитывая физиологические и психологические особенности обучающихся 7-8 классов, занятия объединения должны быть разнообразными как по содержанию, так и по организации учебной деятельности. Поэтому занятие включает в себя либо приемы устного счета, либо теоретические подходы к решению задач и, конечно, решение самих нестандартных задач, дополненные математическими играми, головоломками, биографическими миниатюрами, занимательным материалом. Каждое теоретическое положение рассматривается на какой – либо конкретной задаче, что позволяет активно вовлекать обучающиеся в процесс ее обсуждения и решения. Во время проведения занятий, посвященных изучению теории (поиск плана решения, методы решения нестандартных задач), уместна организация групповой работы обучающихся с целью развития самостоятельности мышления и исследовательских умений.

 На протяжении всего периода работы с обучающимися планируется выполнение творческих и исследовательских работ, соответствующих их способностям и интересам, с которыми они могут выступить на занятиях творческого объединения и школьных конференциях.

**Ожидаемые результаты обучения**

 В ходе проведения занятий творческого объединения следует обратить внимание на то, чтобы обучающиеся овладели умениями общеучебного характера, разнообразными способами деятельности, *приобрели опыт:*

* использования особых приемов устного счета;
* решения стандартных и нестандартных задач;
* исследовательской деятельности;
* грамотного использования математического языка в устной и письменной речи;
* поиска, систематизации, анализа, классификации информации;
* использования учебной и справочной литературы.

**Требования к уровню усвоения изучаемого материала**

В ходе освоения содержания курса учащиеся **получают возможность**:

* развить представления о числе и роли вычислений в человеческой практике; сформировать практические навыки выполнения устных, письменных, инструментальных вычислений, развить вычислительную культуру;
* овладеть символическим языком алгебры, выработать формально-оперативные алгебраические умения и научиться применять их к решению математических и нематематических задач;
* развить пространственные представления и изобразительные умения, освоить основные факты и методы планиметрии, познакомиться с простейшими пространственными телами и их свойствами;
* получить представления о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, об особенностях выводов и прогнозов, носящих вероятностный характер;
* развить логическое мышление и речь – умения логически обосновывать суждения, проводить несложные систематизации, приводить примеры и контрпримеры, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический) для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;
* сформировать представления об изучаемых понятиях и методах как важнейших средствах математического моделирования реальных процессов и явлений.

 В ходе освоения содержания дополнительной образовательной программы «Эрудит» **ожидаются следующие результаты:**

1. Развитие общеучебных умений, навыков и способов познавательной деятельности обучающихся.

2. Освоение обучающимися на более высоком уровне общих операций логического мышления: анализ, синтез, сравнение, обобщение, систематизация и др., в результате решения ими соответствующих задач и упражнений, дополняющих основной материал курса математики.

3. Повышение уровня математического развития обучающихся в результате углубления и систематизации их знаний по основному курсу.

4. Реализация гуманистического подхода в обучении обучающихся через вариативную подачу материала в зависимости от его сложности и степени подготовленности, обучающихся к восприятию.

5. Формирование устойчивого интереса обучающихся к получению ими дополнительной информации, основанной на последних достижениях математической науки и педагогической дидактики.

**Отслеживание результатов** образовательного процесса, основано на мониторинговых исследованиях обучающихся и проводится с помощью различных форм: проведение итоговых занятий по основным темам программы. Целью итоговых занятий является выявление уровня знаний, умений и навыков, личностных качеств ребенка и их соответствие прогнозируемым результатам образовательной программы.

**Формы контроля:**

1.Проектная и исследовательская работа (презентация).

2.Промежуточная аттестация.

3.Итоговая аттестация.

**Содержание программы.**

    Содержание программы соответствует познавательным возможностям обучающихся и предоставляет им возможность работать на уровне повышенных требований, развивая  учебную мотивацию.

    Содержание занятий представляет собой введение в мир элементарной математики, а также расширенный углубленный вариант наиболее актуальных вопросов базового предмета – математика. Занятия  творческого объединения должны содействовать развитию у детей математического образа мышления: краткости речи, умелому использованию символики, правильному применению математической терминологии и т.д.

    Для занятий дополнительной образовательной программы “Эрудит” предлагаются несколько тем, которые, с одной стороны, тесно примыкают к основному курсу, а с другой – позволяют познакомить обучающиеся с новыми идеями и методами, расширить представления об изучаемом материале и, главное, научиться решать интересные, занимательные задачи.

**Модуль 1. «Числа и вычисления»**

Вводное занятие. Прием перекрестного умножения. Способ “дополнений” при умножении двузначных чисел, близких к 50, 100 и чисел от 11 до 19. Прием умножения двузначных чисел, оканчивающихся на 5. Приемы устного умножения на 4,5, 8, 9, 11, 15 , 25, 50, 99, 101, 111, 125, 155, 175, 999, 10101. Приемы быстрого возведения в квадрат двузначных чисел, оканчивающихся на 5, чисел второго, третьего, пятого и шестого десятков. Числа – карлики и числа – великаны. Интересные свойства чисел. Занимательные закономерности в мире чисел.

**Модуль 2. «Делимость целых чисел»**

Признаки делимости. Свойства делимости. Деление с остатком. Совершенные числа. Дружественные числа. Числа-близнецы

**Модуль 3. «Задачи и их решение»**

Понятие о задачах, их структуре. Математическая модель и моделирование. Направление анализа задач. Сущность решения математических задач. Структура процесса решения задач. Стандартные задачи и способы их решения. Нестандартные задачи, подход к их решению. Теория графов. Принцип Дирихле. Проблема четырех красок.

**Модуль 4. «Виды нестандартных задач»**

Логические задачи и методы их решения: использование графов, табличный метод, диаграммы Эйлера – Венна. Задачи в стихах. Старинные задачи. Задачи на лабиринты Задачи на разрезание, перекладывание, перекраивания, переливания, взвешивания. Комбинаторные задачи.

**Модуль 5. «Математические чудеса и тайны»**

Математические игры. Геометрические головоломки. Математические софизмы Числовые ребусы Математические фокусы.

**Модуль 6. «Геометрические задачи»**

Задачи на разрезание фигур на равные части. Геометрия в пространстве. Геометрические иллюзии. Невозможные фигуры. Золотое сечение.

**Модуль 7. «Биографические миниатюры»**

Знакомство с яркими эпизодами биографии известных математиков: Пифагора, Архимеда Знакомство с яркими эпизодами биографии известных математиков: К.Ф. Гаусс, Л.Ф.Магницкий, Л. Эйлер, М. Эшер

**Календарно – тематическое планирование.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № занятия | № п/п | Наименование модуля, темы | Кол-во часов | В том числе | Дата проведения |
| теория | практика |
|  | **1** | **Модуль «Числа и вычисления»** | **4** |  |  |  |
| 1 | 1.1 | Вводное занятие.  | 1 | 1 |  |  |
| 2 | 1.2 | Прием перекрестного умножения. Способ “дополнений” при умножении двузначных чисел, близких к 50, 100 и чисел от 11 до 19. Прием умножения двузначных чисел, оканчивающихся на 5. Приемы устного умножения на 4,5, 8, 9, 11, 15 , 25, 50, 99, 101, 111, 125, 155, 175, 999, 10101.  | 1 | 0,5 | 0,5 |  |
| 3 | 1.3 | Приемы быстрого возведения в квадрат двузначных чисел, оканчивающихся на 5, чисел второго, третьего, пятого и шестого десятков. | 1 | 0,5 | 0,5 |  |
| 4 | 1.4 | Числа – карлики и числа – великаны. Интересные свойства чисел. Занимательные закономерности в мире чисел. | 1 |  | 1 |  |
|  | **2** | **Модуль «Делимость целых чисел»**  | **4** |  |  |  |
| 5 | 2.1 | Признаки делимости. Свойства делимости. Деление с остатком. | 1 |  | 1 |  |
| 6 | 2.2 | Совершенные числа. | 1 | 0,5 | 0,5 |  |
| 7 | 2.3 | Дружественные числа. | 1 | 0,5 | 0,5 |  |
| 8 | 2.4 | Числа-близнецы | 1 |  | 1 |  |
|  | **3** | **Модуль «Задачи и их решение»**  | **3** |  |  |  |
| 9 | 3.1 | Стандартные задачи и способы их решения. Нестандартные задачи, подход к их решению. | 1 | 1 |  |  |
| 10 | 3.2 | Теория графов. | 1 | 0,5 | 0,5 |  |
| 11 | 3.3 | Принцип Дирихле. Проблема четырех красок. | 1 |  | 1 |  |
|  | 4 | **Модуль «Виды нестандартных задач»** | **6** |  |  |  |
| 12 | 4.1 | Логические задачи и методы их решения: использование графов, табличный метод, диаграммы Эйлера – Венна. | 1 | 1 |  |  |
| 13 | 4.2 | Задачи в стихах. Старинные задачи. Задачи на лабиринты | 1 |  | 1 |  |
| 14 | 4.3 | Задачи на разрезание, перекладывание, перекраивания, переливания, взвешивания. | 1 |  | 1 |  |
| 15 | 4.4 | Комбинаторные задачи. | 1 |  | 1 |  |
| 16 |  | Промежуточная аттестация | 1 |  | 1 |  |
| 17 |  | Математическая игра | 1 |  | 1 |  |
|  | **5** | **Модуль «Математические чудеса и тайны»** | **5** |  |  |  |
| 18 | 5.1 | Математические игры. Геометрические головоломки. | 1 | 0,5 | 0,5 |  |
| 19 | 5.2 | Математические софизмы | 1 |  | 1 |  |
| 20 | 5.3 | Числовые ребусы | 1 |  | 1 |  |
| 21-22 | 5.4 | Математические фокусы. | 2 | 1 | 1 |  |
|  | **6** | **Модуль «Геометрические задачи»**  | **3** |  |  |  |
| 23 | 6.1 | Задачи на разрезание фигур на равные части. Геометрия в пространстве. | 1 | 0,5 | 0,5 |  |
| 24 | 6.2 | Геометрические иллюзии.  | 1 |  | 1 |  |
| 25 | 6.3 | Невозможные фигуры. Золотое сечение | 1 | 1 |  |  |
|  | **7** | **Модуль «Биографические миниатюры»** | **5** |  |  |  |
| 26 | 7.1 | Знакомство с яркими эпизодами биографии известных математиков: Пифагора, Архимеда | 1 | 1 |  |  |
| 27 | 7.2 | Знакомство с яркими эпизодами биографии известных математиков: К.Ф. Гаусс, Л.Ф.Магницкий, Л. Эйлер, М. Эшер | 1 | 1 |  |  |
| 28-29 |  | Математический бой | 2 |  | 2 |  |
| 30 |  | Итоговая аттестация |  1 |  | 1 |  |
| Итого  | 30 |  |  |  |

**Методическое обеспечение программы.**

**Приложение 1.**

**Подбор задач по темам**

 **Логические задачи (табличный метод)**

Особое место в математике занимают задачи, ре­шение которых развивает логическое мышление, Решение многих логических задач связано с рас­смотрением нескольких конечных множеств с одина­ковым числом элементов, между которыми требует­ся установить соответствие. При решении таких за­дач удобно использовать различные таблицы и гра­фики.

Задача 1. Три друга — Алеша, Боря и Витя — учатся в одном классе. Один из них ездит домой из школы на автобусе, один — на трамвае, один — на троллейбусе. Однажды после уроков Алеша пошел проводить своего друга до остановки автобуса. Когда мимо них проходил троллейбус, третий друг крик­нул из окна: «Боря, ты забыл в школе тетрадку!». Кто на чем ездит домой?

 *Решение.* При решении задачи удобно пользовать­ся таблицей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Алеша |  |  |  |
| Боря |  |  |  |
| Витя |  |  |  |

 Договоримся отмечать в таблице результат, по­лученный в ходе логических рассуждений, знаком «+» положительный, а знаком «-» отрицательный. Видим, что в задаче речь идет о двух множествах: множестве имен и множестве видов транспорта, на котором ребята едут домой. Обращаем внимание на то, что между этими множествами установлено вза­имно однозначное соответствие, то есть каждому элементу первого множества соответствует единствен­ный элемент второго множества, а двум различным элементам первого множества соответствуют два раз­личных элемента второго множества. Какая карти­на будет наблюдаться при заполнении таблицы в данном случае?

В каждом столбце — только один знак «+», в каж­дой строке — только один знак «+». Поэтому, если в какой-то из клеток появляется знак «+», то все ос­тальные клетки в данной строке и в данном столбце заполняем знаками «-».

*Выделяем ключевые условия.*

1. Алеша провожает друга до остановки автобуса.
2. Крик из троллейбуса: «Боря, ты забыл тетрадку».

Анализируя каждое из условий, заполняем таб­лицу. Из условия (1) делаем вывод о том, что Алеша не ездит на автобусе — ставим знак «-» в ячейку <автобус — Алеша>. Из условия (2) делаем вывод о том, что в троллейбусе едет не Боря — ставим знак «-» в ячейку <троллейбус — Боря>. Таблица при­нимает вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Алеша | -(1) |  |  |
| Боря |  | -(2) |  |
| Витя |  |  |  |

Из (1) и (2) — в троллейбусе едет не Алеша (он про­вожает друга до остановки автобуса). Ставим знак «-» в ячейку <троллейбус — Алеша>.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Алеша | -(1) | **-** |  |
| Боря |  | -(2) |  |
| Витя |  |  |  |

В каждой строке или столбце обязательно есть знак « + ». Из таблицы видим, что в первой строке два знака «-», значит, в ячейке <трамвай — Але-ша> ставим знак «+».

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Алеша | **-(**1) | **-** | + |
| Боря |  | -(2) |  |
| Витя |  |  |  |

В столбике <трамвай> может быть только один знак «+» (соответствие однозначное), поэтому ячей­ки <трамвай — Боря> и <трамвай — Витя> запол­няем знаками «-»:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Алеша | -(1) | **-** | + |
| Боря |  | -(2) | **-** |
| Витя |  |  | **-** |

В столбике <троллейбус> два знака «-» уже есть, значит, последнюю ячейку заполняем знаком «+». В строке <Боря> — аналогично. Теперь таблица при­нимает вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Алеша | -(1) | - | + |
| Боря | + | -(2) | - |
| Витя |  | *+* | - |

В столбце <автобус> есть знак «+», поэтому ячей­ку <автобус — Витя> заполняем знаком «-».

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Алеша | -(1) | - | + |
| Боря | + | -(2) | - |
| Витя | *-* | + | - |

*Ответ:* Алеша поедет на трамвае, Боря — на ав­тобусе, Витя — на троллейбусе.

Задача 2. Каникулы в школе птиц и зверей нача­лась большим карнавалом. Медведь, волк, лиса и заяц явились в маскарадных костюмах волка, медведя, лисы и зайца. На балу зверь в маскарадном костюме зайца выиграл в лотерее банку меда и остался этим очень недоволен. Известно также, что медведь не любит лису и никогда не берет в лапы картинок, где она нарисована. Зверь в маскарадном костюме лисы выиграл в лотерее пучок моркови, но это тоже не до­ставило ему никакой радости. Не могли бы вы ска­зать, какой маскарадный костюм смастерил себе каж­дый из зверей?

*Решение.* По смыслу задачи все звери переоделись, поэтому сразу заполняем клетки, расположенные по диагонали знаками «-».

|  |  |
| --- | --- |
|  | Костюмы |
|  | медведя | лисы | волка | зайца |
| Медведь | *-* |  |  |  |
| Лиса |  | - |  |  |
| Волк |  |  | - |  |
| Заяц |  |  |  | - |

*Выделяем ключевые условия.*

1. Зверь в костюме зайца выиграл банку меда и был этим недоволен.
2. Медведь не берет в руки картинки с изображе­нием лисы.
3. Зверь в костюме лисы выиграл пучок моркови и был этим недоволен.

Из условия (1) следует, что в костюме зайца был не медведь (медведи любят мед). Ставим знак «-» в ячейку <костюм зайца — медведь>. Из условия (2) следует, что медведь не надел бы костюма лисы. Ста­вим знак «-» в ячейку <костюм лисы — медведь>.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Костюмы |
|  | медведя | лисы | волка | зайца |
| Медведь | - | -(2) | + | -(1) |
| Лиса |  | - |  |  |
| Волк |  |  | - |  |
| Заяц |  |  |  | - |

В первой строке все клетки, кроме одной, запол­нены знаком «-». Соответствие взаимно однозначное. Поэтому последнюю клетку заполняем знаком «+». Все клетки, которые находятся ниже знака «+», за­полняем знаками «-»

|  |  |
| --- | --- |
|  | Костюмы |
|  | медведя | лисы | волка | зайца |
| Медведь | - | -(2) | + | -(1) |
| Лиса |  | - | - |  |
| Волк |  |  | - |  |
| Заяц |  | - | - | - |

Из условия (3) — зверь в костюме лисы не любит морковь, значит, это не заяц. Ставим знак «-» в ячей­ку <костюм лисы — заяц>.

В столбце <костюм лисы> все клетки заполнены зна­ками «-», значит, последнюю клетку заполняем знаком «+», а пустые клетки в строке <Волк> знаками «-».

|  |  |
| --- | --- |
|  | Костюмы |
|  | медведя | лисы | волка | зайца |
| Медведь | - | -(2) | + | -(1) |
| Лиса |  | - | - |  |
| Волк | - | + | - | - |
| Заяц |  | - | - | - |

В строке <3аяц> все клетки кроме одной заполне­ны знаками «-», значит, последнюю заполняем зна­ком «+». В столбце <костюм медведя> может быть только один знак «—», поэтому оставшуюся пустую ячейку здесь заполняем знаком «-».

|  |  |
| --- | --- |
|  | Костюмы |
|  | медведя | лисы | волка | зайца |
| Медведь | - | -(2) | + | -(1) |
| Лиса | - | - | - |  |
| Волк | - | + | - | - |
| Заяц | + | - | - | - |

В строке <Лиса> все клетки кроме одной заполне­ны знаками «->>. В последней ставим знак «+».

|  |  |
| --- | --- |
|  | Костюмы |
|  | медведя | лисы | волка | зайца |
| Медведь | \*- | -(2) | + | -(1) |
| Лиса | - | - | - | + |
| Волк | - | + | - | - |
| Заяц | + | - | - | - |

Ответ: медведь — в костюме волка, лиса — в костюме зай­ца, волк — в костюме лисы, заяц — в костюме мед­ведя.

1. **Задача 3.** Вбутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке;
2. сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом;
3. в банке не лимонад и не вода;
4. стакан стоит между банкой и сосудом с молоком. В каком сосуде находится каждая из жидкостей?
*Решение.*

Из условия (1) ясно, что вода и молоко не в бутылке, значит, ставим знак «-» в соответствую­щие ячейки. Из условия (2) — сосуд с лимонадом сто­ит между кувшином и сосудом с квасом, значит, в кувшине не лимонад и не квас. Из условия (3) — ли­монад и вода не в банке. Из условия (4) — в стакане и банке не молоко. В результате таблица принимает вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Лимонад | Вода | Молоко | Квас |
| Бутылка |  | -(1) | -(1) |  |
| Стакан |  |  | -(4) |  |
| Кувшин | -(2) |  |  | -(2) |
|  Банка | -(3) | -(3) | -(4) |  |

Замечаем, что в столбце <молоко> все клетки кро­ме одной заполнены знаками «-», поэтому последнюю клетку заполняем знаком «+» (помним, что в каж­дой строке и в каждом столбце должен быть только один знак « + », так как соответствие однозначное). Аналогично, в строке <банка>.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Лимонад | Вода | Молоко | Квас |
| Бутылка |  | -(1) | -(1) |  |
| Стакан |  |  | -(4) |  |
| Кувшин | -(2) | **-** | + | -(2) |
| Банка | -(3) | -(3) | -(4) | + |

Теперь легко заполнить пустую клетку в строке <бутылка> и клетку под ней. Осталась одна пустая клетка в строке <стакан>. Очевидно, что в нее нужно поставить знак «+».

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Лимонад | Вода | Молоко | Квас |
| Бутылка | + | -(1) | -(1) |  |
| Стакан |  | + | -(4) |  |
| Кувшин | -(2) |  | + | 42) |
| Банка | -(3) | -(3) | -(4) | + |

Ответ: лимонад — в бутылке, вода — в стакане, молоко — в кувшине, квас — в банке.

Задача 4. В небольшом районном городе живут пять друзей: Иванов, Петренко, Сидорчук, Гришин и Капустин. Профессии у них разные: один из них маляр, другой — мельник, третий — плотник, чет­вертый — почтальон, а пятый — парикмахер. Пет­ренко и Гришин никогда не держали в руках ма­лярной кисти. Иванов и Гришин собираются посе­тить мельницу, на которой работает их товарищ. Петренко и Капустин живут в одном доме с почта­льоном. Сидорчук был недавно в ЗАГСе одним из свидетелей, когда Петренко и дочь парикмахера сочетались законным браком. Иванов и Петренко каждое воскресенье играют в городки с плотником и маляром. Гришин и Капустин по субботам обяза­тельно встречаются в парикмахерской, где работает их друг. Почтальон предпочитает бриться сам. Кто есть кто?

*Решение. Выделим ключевые условия.*

1. Петренко и Гришин никогда не держали в ру­ках малярной кисти.
2. Иванов и Гришин собираются посетить мель­ницу, на которой работает их товарищ.
3. Петренко и Капустин живут в одном доме с почтальоном.
4. Сидорчук был недавно в ЗАГСе одним из сви­детелей, когда Петренко и дочь парикмахера сочета­лись законным браком.
5. Иванов и Петренко каждое воскресенье игра­ют в городки с плотником и маляром.
6. Гришин и Капустин по субботам обязательно встречаются в парикмахерской, где работает их друг.
7. Почтальон предпочитает бриться сам.

Из условия (1): Петренко и Гришин — не маля­ры. Из условия (2): Иванов и Гришин — не мель­ники. Из условия (3): Петренко и Капустин — не почтальоны. Из условия (4): Петренко и Сидорчук — не парикмахеры. Из условия (5): Иванов и Петрен­ко — не плотники и не маляры. Из условия (6): Гришин и Капустин — не парикмахеры. Из усло­вий (7) и (6): Гришин и Капустин — не парикмахе­ры. Выясняем, что в задаче речь идет о взаимно однозначном соответствии. Теперь заполняем таб­лицу.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Профессии |
| Фамилии | маляр | плотник | мельник | почтальон | парикмахер |
| Иванов | -(5) | -(5) | -(2) |  |  |
| Петренко | -(1) | -(5) |  | -(3) | -(4) |
| Сидорчук |  |  |  |  | -(4) |
| Гришин | -(1) |  | -(2) |  | -(6) |
| Капустин |  |  |  | -(3) | -(6) |

Ответ:Иванов — парикмахер, Петренко — мельник, Сидорчук — почтальон, Гришин — плотник, Капустин — маляр.

**Задача 5.** Беседуют трое друзей: Белокуров, Рыжов и Чернов. Брюнет сказал Белокурову: «Любопытно, что один из нас блондин, другой — брюнет, третий — рыжий, но ни у кого цвет волос не соответствует фа­милии». Какой цвет волос у каждого из друзей?

*Решение. Выделим ключевые условия:*

(1) брюнет сказал Белокурову... (значит, Белоку­ров не брюнет);
 (2) цвет волос не соответствует фамилии.
Соответствие взаимно однозначное.

|  |  |
| --- | --- |
| Фамилии | Цвет волос |
| рыжий | черный | русый |
| Белокуров |  | -(1) | -(2) |
| Чернов |  | -(2) |  |
| Рыжов | -(2) |  |  |

Рассуждения аналогичны рассуждениям в задачах 1-4.

*К логическим задачам* относят и задачи, связанные с выяс­нением итогов некоторых турниров. При решении таких задач надо знать основные положения о таких турнирах. Например, в шахматных турнирах победитель игры в партии получает од­но очко, а проигравший — ноль очков. В случае ничьей каждый игрок получает по 0,5 очка. Рассмотрим пример решения тако­го рода задач.

6. В финальном турнире играли пять шахматистов. *А* окончил все партии вничью. *Б* сыграл вничью с шахматиста­ми, занявшими первое и последнее места. *В* проиграл *Б,* но зато сыграл вничью только одну партию. Г выиграл *у Дну* занявше­го четвёртое место шахматиста. *Д* не выиграл ни одной партии.

Кто сколько очков набрал и какое место занял?

*Решение.* Воспользуемся для решения задачи таблицей.

Так как А сыграл со всеми вничью, то ставим в столбце и строке участника турнира А по 0,5. Учитывая, что В проиграл Б, а Г выиграл у Д, ставим соответственно 0 и 1 в соответству­ющих клетках. В результате получили такую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Игрок | А | Б | В | Г | Д | Очки | Место |
| А | — | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 |  |  |
| Б | 0,5 | — | 1 |  |  |  |  |
| В | 0,5 | 0 | — |  |  |  |  |
| Г | 0,5 |  |  | — | 1 |  |  |
| Д | 0,5 |  |  | 0 | — |  |  |

Учитывая результаты игр, внесённые в таблицу, и другие условия задачи, можно сделать вывод о том, что А набрал 2 оч­ка; Б — не менее 2 очков; В — не менее 0,5 очка, но не более 2,5 очка; Г — не менее 2,5 очка и Д — не более 1,5 очка.

Так как у Л 2 очка, то он не мог занять первого и второго места. Он не мог занять и четвёртого места, так как Г выиграл у того, кто занял четвёртое место. Наконец, А не мог занять пято­го места, так как у Д очков меньше, чем у А. Следовательно, А занял третье место.

Выясним, кто занял пятое место. Это не А (он на третьем месте); и не Б (он сыграл вничью с занявшими первое и послед­нее места). Это не Б (B y Б выиграл), это и не Г (по числу на­бранных очков у него место выше третьего). Тогда на пятом ме­сте будет Д, значит, Д и Б сыграли вничью, и можно поставить по 0,5 очка в соответствующих клетках.

Установим игрока, занявшего четвёртое место. Так как Г выиграл у Д, занявшего четвёртое место (у А с Г ничья), то четвёртое место занял Б или В. Но у Б очков не меньше, чем у И, и, следовательно, четвёртое место занял В. Значит, В проиг­рал (делаем соответствующие пометки в таблице).

Чтобы В опередил по очкам Д, занявшего пятое место, нужно, чтобы В выиграл у Д.

Таким образом, осталось выяснить, как сыграли Б и Г и какие места они заняли. Так как Б сыграл вничью с занявшим первое место, то он не на первом месте. Количество очков, на­бранное им, не менее 2,5, то есть он опередил А и поэтому Б на Втором месте. Следовательно, на первом месте Г с суммой оч­ков 3. Итоговая таблица будет выглядеть следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Игрок | А | Б | В | Г | Д | Очки | Место |
| А | — | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 2 | III |
| Б | 0,5 | — | 1 | 0,5 | 0,5 | 2,5 | II |
| В | 0,5 | 0 | — | 0 | 1 | 1,5 | IV |
| Г | 0,5 | 0,5 | 1 | — | 1 | 3 | I |
| Д | 0,5 | 0 | 0 | 0 | — | 0,5 | V |

Разновидностью турнирных задач являются задачи и ти­па следующей.

7. Стрелок 10 раз выстрелил по стандартной мишени и выбил 90 очков. Сколько было попаданий в семёрку, восьмёр­ку и девятку, если десяток было четыре, а других попаданий ипромахов не было?

*Решение.* Так как стрелок выбил 90 очков и из них за 4 ра­за набрал 40 очков, то в другие 6 раз он набрал оставшиеся 50 очков. Так как стрелок попадал лишь в семёрку, восьмёрку и девятку в остальные 6 выстрелов, то за три выстрела (по одно­му разу в семёрку, восьмёрку и девятку) он наберёт 24 очка. Тогда за оставшиеся 3 выстрела надо набрать 26 очков, что воз­можно только при единственной комбинации цифр 7, 8, 9: 8 + 9 + 9 = 26. Таким образом, в семёрку стрелок попал 1 раз, в восьмёр­ку — 2 раза, а в девятку — 3 раза.

К наиболее интересным и в то же время трудным логиче­ским задачам относятся так называемые задачи о лгунах.

Чаще всего при решении подобного рода задач поступают следующим образом.

Берётся одно из утверждений и предполагается, что оно истинно. Если при рассмотрении других утверждений не полу­чается противоречия, то рассмотренное утверждение действи­тельно истинное. Если же при рассмотрении других утвержде­ний мы где-то получаем противоречие, то взятое нами утверж­дение получается ложным. Если утверждений было всего два, то делаем вывод, что верно второе утверждение. А если ут­верждений три и более, тогда приходится применять перебор различных предположений. Рассмотрим конкретные примеры.

8. 5 обучающихся приехали из 5 различных городов в Ар­хангельск на областную математическую олимпиаду. «Откуда вы, ребята?» — спросили их хозяева. Вот что ответил каждый из них:

Андреев: «Я приехал из Онеги, а Григорьев живёт в Кар­гополе».

Борисов: «В Каргополе живёт Васильев. Я же прибыл из Коряжмы».

Васильев: «Я прибыл из Онеги, а Борисов — из Котласа».

Григорьев: «Я прибыл из Каргополя, а Данилов из Вельска».

Данилов: «Да, я действительно из Вельска, Андреев же живёт в Коряжме».

Хозяева очень удивились противоречивости ответов при­ехавших гостей. Ребята объяснили им, что каждый из них вы­сказал одно утверждение правильное, а другое ложное. Но по ИХ ответам вполне можно установить, кто откуда приехал. От­куда приехал каждый школьник?

*Решение.* Пусть у Андреева первое утверждение верное, то есть он из Онеги. Тогда Григорьев живёт не в Каргополе. По­этому второе утверждение Данилова — ложное, значит, он из Вельска. Тогда первое утверждение Григорьева — ложно. Так как Андреев из Онеги, то первое утверждение Васильева лож­но, поэтому Борисов — из Котласа. Так как Григорьев не из Каргополя, то остаётся, что он из Коряжмы, а Васильев из Кар­гополя.

Рассмотрим второй возможный вариант. Пусть у Андрее­ва второе утверждение — правильное, тогда Григорьев приехал ИЗ Каргополя. Значит, Данилов приехал не из Вельска, а Анд­реев не из Онеги. Тогда у Борисова первое утверждение лож­ное (в Каргополе живёт Григорьев), значит, Борисов прибыл из Коряжмы.

Поэтому Андреев не из Коряжмы и получается, что Дани­лов из Вельска. Получили противоречие: Данилов из Вельска и не из Вельска. Значит, второй вариант невозможен.

Ответ: Андреев из Онеги; Борисов из Котласа; Васильев из Каргополя; Григорьев из Коряжмы; Данилов из Вельска.

9. Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Один из них разбил мячом стекло. На вопрос: «Кто это сделал»? Петя, Вася и Коля ответили: «Не я», а Миша — «Не знаю». Потом оказалось, что двое из них сказали правду, а двое — неправду. Знает ли Миша, кто разбил стекло? Ответ объясните.

*Решение.* Начнём с ответов Пети, Васи и Коли. Так как стекло разбил кто-то один, то среди ответов Пети, Васи и Коли может быть лишь один ложный, иначе при двух ложных отве­тах получается, что стекло разбили двое. Тогда вторым ложным ответом будет ответ Миши, так как всего ложных ответов два. Поэтому Миша знал, кто разбил стекло.

10. На острове живут два племени: аборигены и пришель­цы. Аборигены всегда говорят правду, а пришельцы всегда лгут. Путешественник, приехавший на остров, нанял острови­тянина в проводники. Они пошли и увидели другого острови­тянина. Путешественник послал туземца узнать, к какому пле­мени принадлежит этот туземец. Проводник вернулся и сказал: «Туземец говорит, что он абориген».

Кем был проводник: пришельцем или аборигеном?

*Решение.* Так как ответ встреченного островитянина мог быть лишь «Я — абориген» (этот ответ — правда для абориге­нов и ложь для пришельцев), а проводник сказал, что тузе­мец — абориген, то проводник является аборигеном.

Класс логических задач очень обширен. Рассмотрим ещё одну логическую задачу, которую можно считать классической.

11. Как перевести в лодке с одного берега реки на другой волка, козла и капусту, если известно, что волка нельзя оста­вить без привязи с козлом, а козёл неравнодушен к капусте? В лодке только два места, поэтому можно с собой брать одновре­менно или одно животное или капусту.

*Решение.* Первым рейсом перевозчик берёт в лодку козла, оставляя на берегу волка и капусту.

Вторым рейсом перевозчик берёт с собой волка, остав­ляя на берегу капусту. Переехав реку, перевозчик оставляет волка на берегу, а козла забирает в лодку и возвращается с ним обратно.

В третьем рейсе перевозчик берёт с собой капусту, выгру­зив козла. Переехав реку, он оставляет капусту с волком и воз­вращается за козлом.

И, наконец, в четвёртом рейсе он перевозит через реку козла.

**Задачи для самостоятельного решения.**

1.На стройке работает 5 строителей: Андреев, Борисов, Иванов, Петров и Сидоров. Профессии у них были разные: один из них - маляр, другой - плотник, третий -штукатур, четвертый - каменщик, пятый - электрик. Они рассказали о себе следующее. Петров и Иванов никогда не держали в руках малярной кисти. Петров и Борисов живут в одном доме со штукатуром. Андреев и Петров подарили электрику красивую вазу. Борисов и Петров помогали плотнику строить гараж. Борисов и Сидоров по субботам встречаются у электрика, а штукатур по воскресеньям приходит в гости к Андрееву. У кого какая профессия?

2.В сберкассе работает три человека: заведующий, кассир и контролер. Их фамилии: Борисов, Иванов, Семенов. Удалось установить, что кассир не имеет ни братьев, ни сестер и меньше всех ростом. Известно также, что Семенов женат на сестре Борисова и ростом выше контролёра. Кто кем работает?

3.После вечера встречи стало известно, что выпускники Иван, Андрей и Борис стали учителями. Теперь они преподают разные дисциплины: один - математику, второй -физику, третий - химию. Живут они тоже в разных городах: Минске , Витебске и Харькове. Кроме того Иван работает не в Минске, Андрей - не в Витебске, житель Минска преподает не математику, Андрей преподает не физику, а житель Витебска преподает химию. Кто в каком городе живёт и кто какой преподает предмет?

4.В университете был организован эстрадный квартет. Члены этого квартета были студентами четырех различных факультетов, математического, физического, исторического и биологического. Их звали Андрей, Леонид, Михаил и Валерий. Один из них был пианистом, другой - саксофонистом, третий - контрабасистом, а четвертый -ударником. Известно, что Михаил играет на саксофоне, а Леонид – на контрабасе. Пианист - будущий физик, Михаил не историк, Андрей не биолог и не пианист. Ударника зовут не Валерий и он не историк. Кто из ребят на чем играет и кто где учится?

**Ответы:**

1.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | маляр | плотник | штукатур | каменщик | электрик |
| Андреев | -- | + | -- | -- | -- |
| Борисов | + | -- | -- | -- | -- |
| Иванов | -- | -- | -- | -- | + |
| Петров | -- | -- | -- | + | -- |
| Сидоров | -- | -- | + | -- | -- |

Ответ: Андреев - плотник, Борисов – маляр, Иванов – электрик, Петров – каменщик, Сидоров – штукатур.

 2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | заведующий | кассир | контролёр |
| Борисов | - | - | + |
| Иванов | - | + | - |
| Семёнов | + | - | - |

Ответ: Борисов – контролёр, Иванов – кассир, Семёнов – заведующий.

3.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Математик | Физик | Химик |
| Иван | − | − | + |
| Андрей | + | − | − |
| Борис | − | + | − |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Минск | Витебск | Харьков |
| Иван | − | + | − |
| Андрей | − | − | + |
| Борис | + | − | − |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Минск | Витебск | Харьков |
| Математик | − | − | + |
| Физик | + | − | − |
| Химик | − | + | − |

Ответ: Иван – химик – Витебск, Андрей – математик – Харьков, Борис – физик – Минск.

4.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Пианист | Саксофонист | Контрабасист | Ударник |
| Андрей | − | − | − | + |
| Леонид | − | − | + | − |
| Михаил | − | + | − | − |
| Валентин | + | − | − | − |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Математик | Физик | Историк | Биолог |
| Андрей | + | − | − | − |
| Леонид | − | − | + | − |
| Михаил | − | − | − | + |
| Валентин | − | + | − | − |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Пианист | Саксофонист | Контрабасист | Ударник |
| Математик | − | − | − | + |
| Физик | + | − | − | − |
| Историк | − | − | + | − |
| Биология | − | + | − | − |

Ответ: Андрей − ударник − математик, Леонид − контрабасист – историк, Михаил – саксофонист – биолог, Валентин – пианист − физик.

**Приложение 2. Признаки делимости**

**Признаки делимости на 2**

Необходимо и достаточно, чтобы последняя цифра была четной.

Например:

В числе 29654 последняя цифра 4 - она четная, значит, число делится на 2.

**Признаки делимости на 3**

Для того чтобы число делилось на 3, необходимо и достаточно, чтобы сумма его цифр делилась на 3.

Например:

513 - 5+1+3=9, значит, число делится на 3.

**Признаки делимости на 4**

Чтобы число делилось на 4 надо проверить делится ли на 4 число из двух последних цифр. Например:

1836 - 36:4, значит, 1836 делится на 4 без остатка. Кроме этого на 4 делятся числа, запись которых оканчивается двумя нулями. Например: 5500

**Признаки делимости на 5**

Число делится на 5 в том, и только в том случае если оно оканчивается на 5 или на 0.

Например:

245 делится на пять.

**Признаки делимости на 6**

Чтобы проверить делимость числа на 6, надо:

Число сотен умножить на 2,

Полученный результат вычесть из числа стоящего после числа сотен.

Если полученный результат делится на 6, то и все число делится на 6. Например:

138 - число сотен 1\*2=2, 38-2=36, 36:6, значит, 138 делится на 6.

**Признаки делимости на 7**

Чтобы узнать делится ли число на 7, надо:

Число, стоящее до десятков умножить на два,

К результату прибавить оставшееся число.

Проверить делится ли полученный результат на 7, или нет. Например:

4690 - 46·2=92, 92+90=182, 182:7=26, значит, 4690 делится на 7.

**Признаки делимости на 8**

Число делится на 8 тогда и только тогда, когда число из трех последних цифр делится на 8.

Например:6709112 - 112 делится на 8, значит, 6709112 кратно 8.

**Признаки делимости на 9**

Для того чтобы число делилось на 9, необходимо и достаточно, чтобы сумма его цифр делилась на 9.

Например:598455 - 5+9+8+4+5+5=36:9=4

**Признаки делимости на 10**

Число делится на 10 в том, и только в том случае, если число оканчивается на 0.

Например:33312890 - делится на 10.

**Признаки делимости на 11**

Число делится на 11, если разность суммы цифр, стоящих на нечетных местах, и суммы цифр, стоящих на четных местах, кратна 11.

Разность может быть отрицательным числом или быть равной нулю, но обязательно должна быть кратной 11.

Испытаем число 100397.

Нумерация идет слева направо.

1+0+9=10

0+3+7=10

10-10=0, 0 кратно 11, значит, 100397 делится на 11. Можно проверить делимость числа на 11 другим способом: Испытуемое число разбивают справа налево на группы по две цифры в каждой и складывают эти группы. Если получаемая сумма кратна 11, то испытуемое число кратно 11. Например, испытаем число 15235.

Разбиваем на группы и складываем их:1+52+35=88.88 делится на 11, значит, 15235 делится на 11.

**Признаки делимости на 12**

Проверьте делимость интересующего нас числа на 3 и 4. Число делится на 12 в том, и только в том случае если оно одновременно делится на 3 и 4. Например: 12653400 - делится на 3 и 4, а значит и на 12.

**Признаки делимости на 13**

Число делится на 13 тогда и только тогда, когда результат вычитания последней цифры умноженной на 9 из этого числа без последней цифры делится на 13.

Например:

858 делится на 13, так как делится на 13.

**Признаки делимости на 14**

Число делится на 14 тогда и только тогда, когда оно делится на 2 и на 7.

Пример:

Число 45612 делится на 2 и на 7, значит, оно делится и на 14.

**Признаки делимости на 15**

Для того чтобы число делилось на 15, необходимо и достаточно, чтобы оно делилось на 5 и на 3, т.е. чтобы оно оканчивалось нулем или пятеркой и, кроме того, сумма его цифр делилась на 3.

Например:

1146795 - 1+1+4+6+7+9+5=33, значит, число кратно 3.

**Признаки делимости на 19**

Число делится на 19 без остатка тогда, когда число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, делится на 19. Например; требуется определить, делится ли на 19 число 1026.

1 0 2 6

1 2

1 1 4

8

1 9

Числа кратные 19 всегда делятся на 19.

19, 38, 57, 76, 95, 114, 133, 152, 171, 190, 209, 228..

Применим последовательно признак делимости. Число десятков в признаке надо считать не цифру в разряде десятков, а общее число целых десятков во всем числе. В результате выполнения последовательных двух шагов мы получили число 19, которое делится на 19, следовательно, число 1026 делится на 19.

**Признаки делимости на 25**

Число делится на 25 тогда и только тогда, когда две его последние цифры либо нули, либо образуют число, делящееся на 25.

Пример: Число 34650 делится на 25, т.к. 50 делится на 25.

**Признаки делимости на 50**

Чтобы число делилось на 50, надо, чтобы на конце записи числа две последние цифры делились бы на 25 и представляли бы четное число. А этому условию удовлетворяют только числа 50 и 100, но 100- трехзначное число, значит, запись числа должна оканчиваться на 00 или 50.

Например:6957200, 67906850.

**Приложение 3 Математические фокусы.**

**1.Угадать дату рождения**

Фокус научит, как угадать дату рождения.

**Секрет фокуса:**

Итак, для начала надо выбрать "жертву", после попроси ее про себя посчитать:
1. День своего рождения (про себя) умножить на два.
2. К результату прибавить 5.
3. Полученный результат умножить на 50.
4. Прибавить номер месяца, в котором родился.
Попросите человека сказать число. Потом просто отнять 250 от получившегося, и готово. Получится 4 или 3 цифры. Первые 2 (может быть и одна цифра) - день, а две последние - месяц.

**2.Фокус с отмеченными датами**

Фокус начинается так. Зрителю предлагают открыть помесячный табель-календарь на любом месяце и обвести кружком по своему выбору по одной дате в каждом из пяти столбиков. (В том случае, когда числа располагаются в шести столбиках, что бывает весьма редко, шестой столбик не принимают во внимание.) При этом показывающий стоит спиной к присутствующим.
Все еще не оборачиваясь, он спрашивает: "Сколько у Вас обведено понедельников?", затем: "Сколько вторников?" и т. д., перебирая все дни недели. После седьмого и последнего вопроса показывающий объявляет сумму цифр, обведенных кружочками.

**Секрет фокуса:**

Сумма чисел в строке, которая начинается первым числом месяца, всегда равна 75 (за исключением февраля не високосного года). Каждое отмеченное число в следующей строке увеличивает эту сумму на 1, в следующей за ней строке на 2 и т. д.; каждое отмеченное число в предыдущей строке уменьшает упомянутую сумму на 1, в предшествующей ей строке на 2 и т. д. Пусть, например, первое число месяца приходится на четверг и обведены один понедельник, один четверг и три субботы;

показывающий производит в уме вычисление:
75 + 3-2 — 1-3 = 78
и объявляет полученный результат.
Разумеется, показывающий должен знать заранее, на какой день приходится первое число выбранного зрителем месяца

# 3.Зачеркнутая цифра

Попросите кого-нибудь завязать вам глаза, а затем написать пятизначное число, умножить его на девять и зачеркнуть любую цифру. А теперь попросите сложить оставшиеся цифры и назвать сумму. Теперь вы без труда сможете назвать зачеркнутую цифру. Как это сделать?

Секрет фокуса:

Необходимо вычесть сумму четырех чисел из ближайшего к двадцати трем большего числа, кратного девяти

# 4.555 555 505

Фокус состоит в том,что вы пишите на листке бумаги число 12345679 и просите кого-нибудь назвать любое простое число. Предположим это 5. Вы сразу просите его умножить 12345679 на 45. Проделав это он получит 555 555 555. Другими словами, какую бы цифру вам ни назвали, конечный результат всегда будет набором из одних этих цифр.

**Секрет фокуса:**

Он очень прост. Умножь названную тебе цифру на девять. К примеру, если будет 4, то попроси зрителя умножить 12345679 на 36 (4\*9). 12345679 \* 36 = 444 444 404
Просто надо запомнить цифру 9 и умножить на названную тебе цифру.

# 5.Опять и опять ПЯТЬ

Простенький и коротенький фокус, где фокуснику даже не надо ничего считать и думать.
Просите задумать любое число (хоть 50-тизначное), затем просите прибавить к нему следующее по порядку, затем пусть прибавит к сумме 9, разделит полученное пополам, и вычесть из результата задуманное им число. Вы легко называете число которое у него получилось!

**Секрет фокуса:**

Вы легко угадываете сколько у него получилось, потому что какое бы он число не загадал после всех подсчетов у него всегда будет 5.
Пример: загадали 25 25+26=51, 51+9=60, 60/2=30, 30-25=5 загадали 564 564+565=1129, 1129 + 9 = 1138, 1138/2=569, 569-564=5 загадали 444444 444444+444445=888889, 888889+9=888898, 888898/2=444449, 444449-444444=5

# 6.Угадать три загаданных цифры

Попросите загадать зрителя три любых цифры (не перепутать с числами), затем просите умножить первую цифру на 2 и прибавить 3 и умножить все это на 5, затем прибавить вторую цифру и умножить сумму на 10, после этого просите прибавить к получившемуся третью задуманную цифру и просите сказать сколько получилось. Получив ответ, вы немного подумав скажете цифры задуманные зрителем.

**Секрет фокуса:**

Он в том что когда вам скажут сколько получилось вычитаете из этого числа 150 и получаете другое число, в котором первая, вторая и третья цифры являются задуманными зрителем. Пример: задуманы цифры 5, 3, 8 Берем 5 и умножаем на 2, прибавляем 3 и умножаем на 5. Получаем 65, прибавляем вторую цифру и умножаем на 10, получаем 680, прибавляем третью цифру и получаем 688. Именно этот ответ нам и сказал бы зритель (если у него с математикой в порядке, а если нет, дайте ему калькулятор). Получив этот ответ вычетаем 150, и получаем 538 v что и соответствует задуманным цифрам. Только долго не думайте вычитать 150 надо быстро

# 7.Сложение чисел Фибоначчи

Числами Фибоначчи называют ряд чисел, в котором каждое, начиная с третьего, представляет собой сумму двух предшествующих.

**Секрет фокуса:**

Этот фокус демонстрируют так: показывающий просит кого-нибудь записать друг под другом два любых числа, какие он пожелает. Допустим для примера, что были выбраны 8 и 5. Затем зритель должен сложить эти числа. Найденное таким образом третье число складывается со вторым (стоящим над ним), и получается четвертое число. Этот процесс повторяют до тех пор, пока в вертикальном столбце не окажется десять чисел: 8, 5, 13, 18, 31, 49, 80, 129, 209, 338.
Во время записывания чисел показывающий стоит, повернувшись к зрителям спиной. Когда все числа будут записаны, он поворачивается, проводит под колонкой цифр черту и, не задумываясь, подписывает сумму этих чисел. Чтобы получить эту сумму, ему нужно просто взять четвертое число снизу и умножить его на 11 — операция, которую нетрудно проделать в уме. В нашем случае четвертым числом будет 80, поэтому в ответе получится число 80, взятое 11 раз, т. е. 880.

**Приложение 4.**

УСКОРЕННОЕ УМНОЖЕНИЕ

|  |  |
| --- | --- |
| Схема ускоренного умножения |   Квадраты чисел |

Умножение чисел, близких к 100.

93∙94 95∙97 98·91 99∙95 96·92

89∙93 88·95 87∙96 85·98 86·97

 «Прием перекрестного умножения весьма удобен при действии с двузначными числами. Способ не нов; он восходит к грекам и индусам и в старину назывался «способом молнии», или «умножением крестиком».

 Пусть требуется перемножить 2432.Мысленно располагаем число по следующей схеме, одно под другим (в пятом классе данная схема у детей перед глазами, так как пока детям трудно удержать всю информацию в памяти):

 Теперь последовательно производим следующие действия:

1) 42=8-это последняя цифра результата.

2) 22=4; 43=12; 4+12=16; 6-предпоследняя цифра результата; 1 запоминаем.

3) 23=6, да еще удержанная в уме единица, имеем 7-это первая цифра результата.

Получаем все цифры произведения: 7, 6, 8,-768.

Вначале тренировок дети прикладывают листок под чертой, устно считают и записывают ответ.

 Другой способ, состоящий в употреблении так называемых «дополнений», удобно применяется в тех случаях, когда перемножаемые числа близкие к 100.

 Предположим, что требуется перемножить 9296. «Дополнение» для 92 до 100 будет 8, для 96-4. Действие производят по следующей схеме:

множители: 92 и 96

 «дополнения»: 8 и 4.

 Первые две цифры результата получаются простым вычитанием из первого множителя «дополнения» второго множителя или наоборот; т. е. из 92 вычитают 4 или из 96 вычитают 8. В том и другом случае

имеем 88; к этому числу приписывают произведение «дополнений»:

84=32. Получаем результат 8832; 9296= 8832 .

**Приложение 5.**

**Математические игры**

1. Два гроссмейстера по очереди ставят на шахматную доску ладьи (за один ход — одну ладью) так, чтобы они не били друг друга. Тот, кто не сможет поставить ладью, проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре — первый или второй гроссмейстер?

2. Имеется три кучки камней: в первой — 10, во второй — 15, в третьей — 20. За ход разрешается разбить любую кучку на две меньшие части; проигрывает тот, кто не сможет сделать хода.

3. Двое по очереди кладут пятаки на круглый стол, причем так, чтобы они не накладывались друг на друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

4. У ромашки а) 12 лепестков; б) 11 лепестков. За ход разрешается сорвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает игрок, который не сможет сделать ход. Как действовать второму игроку, чтобы выиграть независимо от ходов первого игрока?

5. Числа от 1 до 20 выписаны в строчку. Игроки по очереди расставляют между ними плюсы и минусы. После того, как все места заполнены, подсчитывается результат. Если он четен, то выигрывает первый игрок, если нечетен, то второй.

6. На доске написаны 10 единиц и 10 двоек. За ход разрешается стереть две любые цифры и, если они были одинаковыми, написать двойку, а если разными - единицу. Если последняя оставшаяся на доске цифра - единица, то выиграл первый игрок, если двойка — то второй.

7. Двое играют в следующую игру. Каждый игрок по очереди вычеркивает 9 чисел (по своему выбору) из последовательности 1, 2, ..., 100, 101. После одиннадцати таких вычеркиваний останутся 2 числа. Первому игроку присуждается столько очков, какова разница между этими оставшимися числами. Доказать, что первый игрок всегда сможет набрать по крайней мере 55 очков, как бы ни играл второй.

8. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник 5×9. В левом нижнем углу стоит фишка. Коля и Серёжа по очереди передвигают ее на любое количество клеток либо вправо, либо вверх. Первым ходит Коля. Выигрывает тот, кто поставит фишку в правый верхний. Кто выигрывает при правильной игре?

9. Игровое поле представляет собой горизонтальную полоску размером 1×100 клеток. В самой левой клетке стоит фишка. двое по очереди двигают фишку вправо, причем за один ход разрешается сдвинуть фишку вправо на расстояние от 1 до 10 клеток. Проигрывает тот, кто не может сделать ход (т. е. перед его ходом фишка находится в самой правой клетке). Кто выиграет при правильной игре?

10. На доске написано число 1. Два игрока по очереди прибавляют любое число от 1 до 5 к числу на доске и записывают вместо него сумму. Выигрывает игрок, который первый запишет на доске число тридцать. Укажите выигрышную стратегию для второго игрока.

**Приложение 6.**

**Занятие №1. Как возникло слово «математика».**

Цель: познакомить обучающиеся с происхождением слова « математика»

Слово «математика» возникло в Древней Греции примерно в V в. до н. э. Происходит оно от слова «матема» - «учение», «знания, полученные через размышления».

Древние греки знали четыре «матемы»:

* учение о числах (арифметика);
* теорию музыки (гармонию);
* учение о фигурах и измерениях (геометрию);
* астрономию и астрологию.

В древнегреческой науке существовало два направления. Пред­ставители первого из них, возглавляемые Пифагором, считали зна­ния предназначенными только для посвященных. Никто не имел права делиться своими открытиями с посторонними. Последовате­ли этого направления назывались акузматиками (акузма - священ­ное изречение). Второе направление возглавлял Гиппас Метапонтский. Последователи Гиппаса, напротив, считали, что математика доступна всем, кто способен к продуктивным размышлениям. Они называли себя математиками. Победило второе направление. И математику сейчас изучают все !

 **Приложение 7.**

**Занятие №2. Решение числовых ребусов**

Числовые ребусы – это примеры, в которых все или некоторые цифры заменены звёздочками или буквами. При этом одинаковые буквы заменяют одинаковые цифры, разные буквы - разные цифры.

1.Пусть дан числовой ребус:

Решение:

Число 8126 является решением ребуса, так как при замене буквы У на цифру 8, буквы Д на 1, буквы А на 2, буквы Р на 6 получается верный пример на сложение.

2. Проверьте, является ли число 5621 решением числового ребуса:

УДАР + УДАР = ДРАКА.

3.Решите числовой ребус:

Разберем решение первого ребуса.

Сумма И+С (в разряде десятков) оканчивается на С, но ИО (см. разряд единиц). Значит, И = 9 и 1 десяток в разряде единиц запомнили (решение ниже). Теперь легко найти К в разряде сотен: К = 4. Для С остается одна возможность:

С = 5.

 4.Реши ребус:

Решение:

В ребусе буква Г обозначает цифру 1, так как при сложении двух пятизначных чисел получается шестизначное число. При этом, чтобы произошел переход через десяток в разряде десятков тысяч, буква К должна обозначать цифру 8 или 9 ( меньше 8 буква К обозначать не может, так как буква Г обозначает цифру 1). Буква К заменяется на цифру 8, если при сложении чисел произойдёт переход через десяток в разряде тысяч. Независимо от того будет ли буква К заменена на цифру 8 или 9, буква О должна обозначать цифру 0(нуль). Теперь можно выстроить последовательность замены букв цифрами: Г=1; О=0; Р=5; У=4; К=9; А=8; С=3; Д=7.

 Ответ:

 94539

 10539

 105078

5.Реши ребус:

 КОЛЯ

 + ОЛЯ

 ЛЯ

 Я

 2222

Решение:

В данном ребусе сумма четырех одинаковых цифр, каждая из которых обозначает букву Я, оканчивается двойкой, следовательно, буква Я может обозначать циф­ру 3 или 8.

Если букву Я заменить на 3, то сумма трех одинако­вых цифр, каждую из которых обозначает буква Л, долж­на оканчиваться на единицу (еще одна единица приба­вится в результате перехода через десяток в разряде еди­ниц). Следовательно, буква Л может обозначать только цифру 7. Тогда сумма двух других одинаковых цифр, каждую из которых обозначает буква О, должна окан­чиваться на нуль (еще две единицы прибавятся в ре­зультате перехода через десяток в разряде десятков). Следовательно, буква О может обозначать только цифру 5, а буква К — цифру 1, которая получается в результа­те перехода через десяток в разряде сотен.

Если букву Я заменить на 8, то сумма трех одина­ковых цифр, каждую из которых обозначает буква Л, должна оканчиваться на девятку (еще три единицы прибавятся в результате перехода через десяток в раз­ряде единиц). Следовательно, буква Л может обозна­чать только цифру 3. Тогда сумма двух одинаковых цифр, каждую из которых обозначает буква О, должна оканчиваться на единицу (еще одна единица прибавит­ся в результате перехода через десяток в разряде десят­ков). Но сумма двух одинаковых цифр оканчивается на четную цифру. Следовательно, найти цифру, кото­рую обозначала бы буква О, невозможно, а значит, за­мена буквы Я на цифру 8 не дает решения ребуса.

Таким образом, ребус имеет единственное решение

 6.Задания для самостоятельной работы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Б + БЕЕЕ = МУУУ  | д) найти значение дроби: |

Ответы на задания для самостоятельной работы:

6. а) 35977 б) 6823 в) 28375

 35977 + 6823 + 28375

 71954 13646 28375

 85125

г) 1+1999 = 2000 Так как при сложении данных чисел цифра Е в разряде десятков поменялась на цифру У , то суммой однозначных чисел Б и Е является двузначное число, начинающееся с единицы. Так как, помимо увеличения на единицу цифры в разряде десятков, так же изменилась и цифра в разряде сотен, то Е=9 и Б=1. Тогда У=0.

д) 0. Поскольку в этом ребусе 10 различных букв, то встречаются все цифры, включая нуль. На нуль делить нельзя, поэтому множитель 0 – в числителе.

**Приложение 8. Ребусы (**Презентация )

 Ребусом называют задачу, в которой какой-нибудь текст зашифрован с по­мощью рисунков - изображений тех или иных предметов. Ребусы зародились в 15 веке во Франции, в Россию они пришли в 1845 г. Слово «ребус» произошло от латинского слова, что в переводе означает – вещь, предмет. При разгадывании ребусов пользуются следующими правилами.

1) Знаки исключения; могут быть занятые перед рисунком и в конце, тогда исключаем первую и последнюю буквы: ,олень – лень

2) Знаки перемены; возле рисунка пишутся обе буквы — заменяемая и заменяющая, причем первая перечеркнутая.

3) Знак замены имеет такой вид: 2 буквы соединены знаком равенства,

 например: л = м. ( тюлень – Тюмень)

4) Знаки перестановки. Ряд чисел, разделенных запятыми, являются зна­ком перестановки букв. Сама цифра указывает место буквы в слове до пере­становки, а положение этой цифры в ряду - положение её в новом слове.

5) Перевёрнутый рисунок - частный случаи перестановки букв; когда порядок букв меняется на обратный.

6) С помощью предлогов: в, на, за, из, у, над, под, с, к, от, перед, но. *(см. плакаты с ребусами)*

Домашнее задание.

Найти ребусы, нарисовать на альбомные листы.

**Приложение 9.**

**Занятие №3. Интересные свойства чисел**

Цель: показать некоторые интересные свойства чисел

Рассмотрим ряд примеров умножения на 9 с любопытными ре­зультатами. Присмотритесь к отдельным столбцам чисел и цифр:

1∙9=09 90=9∙10

2∙9=18 81=9∙9

3∙9=27 72=9∙8

4∙9=36 63=9∙7

5∙9=45 54=9∙6

Выделенные числа - зеркальные отражения соседних.

Ещё любопытные закономерности.

92=81

992=9 801

9992=998 001

9 9992=99 980 001

99 9992=9 999 800 001

9 · 7 = 63

99 **∙** 77 = 7 623

999 **∙**77 = 776 223

9 999 **∙**7 777 = 77 762 223

99 999 · 77 777 = 7 777 622 223

И в заключение удивительные примеры:

12 345 678∙9 = 1 111 111 111

12 345 678∙18 = 2 222 222 222

12 345 678∙27 = 3 333 333 333

12 345 678∙36= 4 444 444 444

12 345 678∙45= 5 555 555 555

12 345 678∙54 = 6 666 666 666

12 345 678∙63= 7 777 777 777

12 345 678∙72 = 8 888 888 888

12 345 678∙81 = 9 999 999 999

**Приложение 10.**

**Занятие №4. Задачи на разрезание фигур на равные части**

Цель: рассмотреть различные виды задач на разрезание фигур.

Фигура представляет собой кусочек сетки с квадратными ячейками, и её надо разрезать по линиям сетки на несколько одинаковых частей. Для решения задач такого типа полезно сосчитать число квадратов, из которых составлена фигура, и найти число квадратов, из которых должна состоять каждая её часть.

1. Разрежьте каждую из фигур рисунка 1на четыре равные части. (Резать можно только по сторонам и диагоналям клеточек.)

рис.1

2..Можно ли квадрат 5×5 клеток разрезать на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток? Ответ обоснуйте.

3.Квадрат содержит 16 клеток. Разделите квадрат на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток.(Способы разрезания квадрата на две части будем считать различными, если части квадрата, полученным при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.)

Сколько всего решений имеет задача?

Указание. Найти несколько решений этой задачи не сложно. На рис.2 некоторые из них показаны, причём решения б), в) одинаковы, так как полученные в них фигуры можно совместить наложением ( если повернуть квадрат в) на 90°.

рис.2

 а) б) в) г)

Но найти все решения и, ни одно решение не потерять уже труднее. Заметим, что ломаная, делящая квадрат на две равные части, симметрична относительно центра квадрата. Это наблюдение позволяет шаг за шагом рисовать ломаную с двух концов.

Например, если начало ломаной в точке А, то конец её будет в точке В.(рис.3). Убедитесь, что для данной задачи начало и конец ломаной можно нарисовать двумя способами, показанными на рис.3.

 При построении ломаной, чтобы не потерять какое\_ либо решение, можно придерживаться такого правила. Если следующее звено ломаной можно нарисовать двумя способами, то сначала нужно заготовить второй такой же рисунок и выполнить этот шаг на одном рисунке первым, а на другом вторым способом (на рис.4 показаны два продолжения рис. 3(а)). Аналогично нужно поступать, когда способов не два, а три (на рис.4 показаны три продолжения рис.3 (б)) и т.д. Указанный порядок действий помогает найти все решения.

4.Разделите фигуры на рис.6 на две равные части.

Рис.6

5.Разрежьте изображенную на рисунке 7 фигуру на четыре части. (Резать можно не только по сторонам и диагона­лям клеток.)

 Рис.7

6.Одним разрезом поделите каждую из фигур, представленных на рис.8 на две части и сделайте из них квадрат.

Рис.8

Ответы:

1.

2.Нельзя, так как квадрат состоит из 25 клеток. Его нужно разрезать на две равные части. Поэтому в каждой части должно быть по 12.5 клеток, а значит, линия разреза будет проходить не по сторонам клеток.

3.Задача имеет 6 решений, если не различать лицевую и изнаночную сторону.

4.

 5.

6.

**Приложение 11.**

**Занятие №5 . Геометрические искажения. «Не верь глазам своим»**

Цель: показать несовершенство нашего зрения

Иллюзия Геринга (иллюзия веера). Прямые, на самом деле, параллельны.

Иллюзия Вундта (1896). Линии в центре, в действительности, параллельны.

Здесь тоже линии параллельны.

Иллюзия кафе "Wall" Параллельны ли горизонтальные линии?

Да, параллельны!

Красные линии - прямые, хотя и кажутся изогнутыми.

Иллюзия Поггендорфа (Poggendorf, 1860)

На одной прямой лежат линии BC, а не AC, как кажется.

Иллюзия с витыми веревками (James Frazer, 1908).
Это прямые или нет?

Это параллельные прямые.

Иллюзия Перельмана. Буквы на самом деле параллельны друг другу.

Вертикальные и горизонтальные линии параллельны.

Иллюзия У. Эренштейна (W. Ehrenstein, 1921).

Квадрат кажется искаженным.

Иллюзия Орбинсона. Внутри колеса не эллипс, а правильная окружность.

Узор как бы изгибается во внутрь?

Все квадраты не самом деле не искажены.

Узор как бы выступает вперед?

На рисунке все квадраты не искажены.

Иллюзия Дж. Фрейзера (Fraser, 1908)

Круги или спирали?

На рисунках не спирали, а концентрические окружности.

**Приложение 12.**

**Час занимательной математики**

**Цели:**

* рассмотреть и решить занимательные задачи, провести занимательные игры по математике;
* развивать внимание, память, мышление, творческие способности, мыслительные операции.

**Оборудование:** ребусы (слова), расчерченные листы, рисунок, изображённый на панцире черепахи, таблицы, рисунки к задачам.

ХОД ЗАНЯТИЯ

**I. Организация работы. Сообщение темы, задач занятия.**

– Сегодня занятие необычное у нас,
Занимательная математика пришла к нам в класс!
Вы, ребята, не скучайте,
Если знаете ответ, руку поднимайте
и смело отвечайте.

– Итак, начинаем тренировку, чтобы умным стать и ловким! Разгадав ребусы, узнаете, чем будем заниматься на занятии.

**II. Устные упражнения.**

***Игра “Я угадаю число, которое задумали вы”.***

– Задумайте число. Прибавьте к нему 3, умножьте полученную сумму на 6. Из произведения вычтите задуманное число и число 8. Разность разделите на 5. А теперь скажите мне, какой получился результат, чтобы я ответила, какое число вы задумали.

(*Указание:* из ответа детей вычесть 2.)

– Продолжаем работу с числами. ***Игра “Магический квадрат”.***

– Как вы понимаете словосочетание “магический квадрат”?

– В китайской древней книге “Же-ким” (“Книга перестановок”) есть легенда о том, что император Ню, живший 4 тысячи лет тому назад, увидел на берегу реки священную черепаху. На ее панцире был изображен рисунок из белых и черных кругов. Если заменить каждую фигуру числом, показывающим, сколько в ней кругов, получится таблица из чисел.

– Давайте ее составим. *(Работа в парах. Рисунок на парте лежит, дети считают круги и вписывают в клетки квадрата числовое их обозначение. Аналогично работают 2 обучающиеся у доски.)* Проверка.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

– У этой таблицы есть замечательное свойство. Сложим числа 1-го столбца: 4 + 3 + 8 = 15. Сложим числа 2-го и 3-го столбцов. Тот же результат получился *(15)*. Он же получается при сложении чисел любой строки. Проверим. Мало этого, тот же ответ 15 получается, если сложить числа каждой из двух диагоналей: 4 + 5 + 6 = 8 + 5 + 2 = 15.

– Вот такое загадочное расположение чисел от 1 до 9! Рисунок китайцы назвали “ло-шу” и стали считать его магическим символом, и употреблять при заклинаниях. Поэтому сейчас любую квадратную таблицу, составленную из чисел и обладающую таким свойством, называют **магическим квадратом.**Проверим магические это квадраты или нет?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 10 | 17 | 12 |
| 15 | 11 | 13 |
| 14 | 9 | 16 |

(нет) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 20 | 27 | 22 |
| 25 | 23 | 21 |
| 24 | 19 | 26 |

 |

– Задание: составьте магический квадрат, в центре которого стоит число 4, расставьте числа 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 так, чтобы сумма чисел по горизонтали, вертикали и двум диагоналям была равна 12.

*Дети составляют магический квадрат на индивидуальных листах, расчерченных по форме.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3 | 8 | 1 |
| 2 | 4 | 6 |
| 7 | 0 | 5 |

Грамматическая арифметика.

Ква + рак – ак + тира =? *(Квартира.)*

– Что такое квартира?

– Какая связь между квартирой и математикой? *(Ответы детей.)*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|   |   |   |   |   |

Отгадайте составляющую часть квартиры. (*Ответ:* кухня.)

– На кухне часто решаются жизненные задачи, происходят важные дела, на ней за чашкой чая мы рассказываем о своих успехах или неудачах.

**III. Решение занимательных задач.**

* На кухне площадью 6 м2 дедушка рассыпал мелочь. С каждого квадратного метра бабушка собрала по 65 копеек. Каков общий урожай? – Как понимаете вопрос?

*Решение:* 65 коп. .6 = 390 коп. = 3 руб. 90 коп.

* Папа, мама и старшие сёстры ужинают, а младший брат Васенька сидит под столом и пилит ножку стола со скоростью 3 см/мин. Через сколько минут закончится ужин, если толщина ножки стола 9 см?

*Решение:* 9 : 3 = 3 (мин.)

* В кухне находится 39 мух. 6 мух пьют чай из лужи на столе, 12 летают вокруг лампочки, остальные идут пешком по потолку. Сколько мух идет пешком по потолку?

*Решение:* 39 – 6 – 12 = 21 (муха)

**IV. Рефлексия.**

– Какое задание вам понравилось? Почему?

– Какое задание было смешным? Трудным?

– С какого задания вам бы хотелось начать завтрашний урок математики?

**V. Домашнее задание***(по желанию)***.**

– В девяти клетках квадрата расставьте числа 2, 2, 2, 4, 4, 4, 6, 6, 6 так, чтобы сумма чисел по горизонтали, вертикали и диагоналям была равна 12.

*Ответ:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | 6 | 4 |
| 6 | 4 | 2 |
| 4 | 2 | 6 |

– Молодцы! Спасибо за работу!

**Приложение 13.**

**Математический вечер «Клуб веселых математиков»**

Математический вечер «КВМ» предназначен для проведения в 6 классах. В программе вечера даются задания, которые учащиеся изучили по основной школьной программе по математике. Также были включены занимательные вопросы и загадки.

**Цель проведения вечера:** развивать интуицию, догадку, эрудицию и владение методами математики; прививать навыки самостоятельного решения задач, учить детей делать умозаключение, выводы; пробудить математическую любознательность и инициативу; воспитать культуру математического мышления; повторить изученный материал; обобщить с помощью занимательных задач основные элементы курса

*В КВМ участвуют четыре команды.* За неделю до вечера командам дается задание выпустить математическую газету и придумать приветствие соперникам.

*Оформление зала*: на сцене вывешиваются цитаты – «Начинаем мы опять решать, отгадывать, играть», «Математика царица всех наук», «Математика – гимнастика ума».

Стенд с математическими газетами; столы сдвоены, на столах эмблема команды; классные доски с прямоугольной системой координат.

**Ход вечера**

Вечер начинается торжественно. Под музыку и аплодисменты входят команды.

Выступление (два ведущих, открывают К.В.М. стихотворением):

«Почему торжественность вокруг?

Слышите, как быстро смолкла речь?

Явился гость – царица всех наук,

И не забыть нам радость этих встреч.

Есть о математике молва,

Что она в порядок ум приводит,

Почему хорошие слова

Часто говорят о ней в народе.

Ты нам, математика, даешь

Для победы трудностей закалку.

Учится с тобою молодежь

Развивать и волю, и смекалку.

И за то, что в творческом труде

Выручаешь в трудные моменты,

Мы сегодня искренне тебе

Посылаем гром аплодисментов».

*Команды обмениваются приветствиями.*

**1 команда:** «Соперникам нашим – огромный привет,

Везенья и счастья, улыбок букет.

Ведь в знаньях вся сила.

Хотя противники сильны,

Но мы не лыком сшиты тоже.

Хоть Пифагора мы моложе,

Зато удалы и сильны».

**2 команда:** «Этот турнир ждали мы.

По нему стосковались умы.

Дружно будем задачи решать –

Мы хотим математику знать.

Как же нам не веселиться?

Не смеяться, не шутить?

Ведь сегодня на турнире

Мы решили победить!»

**3 команда:** «Давно уже мы с вами не встречались,

И, наконец, настал, друзья, тот час.

И даже если вы сейчас сильнее,

Мы очень рады снова видеть вас.

Мы будем петь и веселиться,

Смешить других, шутить, острить,

И пусть жюри определит

Того из нас кто победит».

**4 команда:** «Сегодняшний турнир мы выиграть хотим

И просто вам победу не дадим.

Придется попотеть и постараться,

За каждое очко мы будем драться.

Смекалку мы проявим и отвагу

И просим разгадать сию бумагу.

А если вдруг не повезет?

Победа всех когда-нибудь найдет».

*1 ведущий:* Первый конкурс, это **конкурс «Разминка»,** предлагаем командам следующие задачи:

На руках десять пальцев. Сколько пальцев на 10 руках? (50)

Из трехзначного числа вычли двузначное, в результате получили однозначное. Назовите эти числа? (100-99=1)

На дереве сидело 9 птиц, одного съела кошка. Сколько птиц осталось на дереве? (нисколько, остальные улетели)

Двое играли в шахматы 2 часа. Сколько времени играл каждый? (2 часа)

Тройка лошадей пробежала 30 км. Какое расстояние пробежала каждая лошадь? (30 км)

Какой знак надо поставить между двумя двойками, чтобы получить число больше двух, но меньше трех? (запятую 2,2)

Три разных числа сначала сложили, затем их же перемножили. Сумма и произведение оказались равными. Какие это числа? (1+2+3=1 2 3)

Шесть штук картофеля варятся за 30 минут. За сколько минут сварится один картофель? (30 минут)

Что больше: 2 дм или 23 см? (23 см)

Какую часть минуты составляют 15 секунд? (1\4)

Утверждение, не вызывающее сомнений (аксиома)

Когда произведение равно нулю? (когда хотя бы один из множителей равен нулю)

*2 ведущий:* Пока жюри подводит итоги первого конкурса, проведем сеанс компьютерной графики. Следующий **конкурс «Конкурс художников».** По координатам точек построить фигуру. От каждой команды нужно по одному художнику (задания выполняются на переносных досках).

1 карточка: (-7;-2); (-7;2); (-5;2); (-5;3); (-5,5;4); (-3,5;4); (-3,5;4); (-4;3); (-4;2); (-1;2); (1;7); (6;7); (6;0); (7;0); (7;-1); (6;-1); (4;-2); (3;-3); (2;-3); (!;-2); (-3;-2); (-4;-2); (-5;-3); (-6;-2); (-7;-2) (трактор).

2 карточка: (-5;2); (-6;2); (-1;7); (1;5); (1;7); (2;7); (2;4); (7;2); (6;2); (6;-4); (3;-4); (3;2); (-5;2); (-5;-4); (3;-4) (дом).

3 карточка: (-1;8); (0;7); (-1;6); (0;5); (-1;4); (-4;6); (-5;6); (-7;4); (-7;3); (-4;0); (-6;-2); (-6;-3); (-4;-5); (-2;-5); (-1;-4); (0;-5); (1;-4); (2;-5); (4;-5); (6;-3); (6;-2); (4;0); (7;3); (7;4); (5;6); (4;6); (1;4); (0;5); (1;6); (0;7); (1;8) (бабочка).

4 карточка: (1,5;7); (1,5;8); (0,5;7,5); (1;8,5); (0;9); (1;9,5); (1,5410,5); (2;9,5); (3;9); (2;8,5); (2,5;7,5); (1,5;8); (1,5;7); (4;6); (3;6); (5;4); (3;4); (6;2); (3,5;2); (7;0); (4;0); (8;-2); (4;-2); (9;-4); (2;-4); (2;-6); (1;-6); (-6;-4); (-1;-2); (-5;-2); (-1;0); (-4;0); (-0,5;2); (-3;-20; (0;4); (-2;4); (1;6); (-1;6); (1,5;7) (елочка).

*1 ведущий:* Пока участники выполняют свои задания, проведем следующий **конкурс «Эрудит».** Участвуют по два ученика от каждой команды, вопросы задаются каждому участнику отдельно:

I. пять в квадрате, семь в квадрате, а чему равен угол в квадрате? (25;49;90). Что больше произведение всех цифр или их сумма? (сумма).

II. что первоначально означало слово «математика»? (знание, наука). вычислите: (-3)+(-2)+(-1)+…+3+4= ? (4).

III. от какого слова происходит название цифры нуль? (от латинского «нума» - пусто). вычислите: (-2) х (-1) х 0 х …х 3= ? (0).

IV. назовите старинные русские меры длины (верста, аршин). сколько будет, если полсотни разделить на половину? (50/0,5=100).

*2 ведущий:* Я предлагаю выслушать индусскую притчу, которую любил рассказывать один из создателей Московского художественного театра К. С. Станиславский: «Магараджа выбирал себе министра. Он объявил, что возьмет того, кто пройдет по стене вокруг города с кувшином, доверху наполненным молоком, и не прольет ни капли. Многие ходили, но по пути их отвлекали, и они проливали молоко. Но вот пошел один. Вокруг него кричали, стреляли. Его всячески пугали и отвлекали. Он не пролил молоко. «Ты слышал крики, выстрелы? – спросил его магараджа. – Ты видел, как тебя пугали?» - «Нет, повелитель, я смотрел на молоко».

*1 ведущий:* Не слышать и не видеть ничего постороннего – вот, до какой степени может быть сосредоточенно внимание. Каким мощным оно бывает. Теперь мы проверим внимание членов команд. От каждой команды выходят по одному человеку. Начинаем игру на проверку внимания «Слушай одновременно нескольких». Двое помощников говорят одновременно два разных слова, а представители команд должны различить, кто какие слова сказал. Затем трое говорят одновременно три разных слова, следом четверо – четыре слова и т.д. Выигрывает тот, кто различил больше слов. Пока наши участники соревнуются, жюри подведет итоги за три конкурса.

Высота – медиана.

Цифра – число – знак.

Круг – квадрат – треугольник – трапеция.

Уравнение – неравенство – одночлен – тождество – равенство.

Один – пять - сто – двадцать – шестнадцать – девять.

Парабола – график.

Угол – точка – луч.

Синус – косинус – тангенс – котангенс.

Периметр - радикал – градус – площадь – радиан.

Линейка – калькулятор – счеты – транспортир – циркуль.

Сектор – сегмент.

Радиус – хорда – диаметр.

Соотношение – равенство – подобие – объединение.

Два – шесть – двести – тысяча – миллион.

Точка – прямая – отрезок – луч – плоскость – перпендикуляр.

Окружность – гипербола.

Параллельные – перпендикулярные – скрещивающиеся.

Задача – пример – упражнение – система.

Центр – дуга – эллипс – биссектриса – координата.

Абсцисса – ордината – аппликата – нуль – модуль – кривая.

*2 ведущий:* Слово предоставим жюри. Следующий наш **конкурс «Аукцион пословиц, поговорок и песен с числами».** Пока наши команды готовятся, мы проведем разминку с болельщиками. За каждый правильный ответ вы получите жетон, который по окончании вечера вы можете отдать своей команде. Итак, начинаем:

|  |  |
| --- | --- |
| 1.Нуль подставил спинку брату,Тот забрался не спеша.Стали новой цифрой братцы,Не найти нам в ней конца.Повернуть ее ты можешь,Головой поставить вниз.Цифра будет все такой же,Ну, … подумай и скажи? (8).2.Десятки превратил он в сотни,А может в миллионы превратить.Он средь цифр равноправен,Но на него нельзя делить. (0).3.Шел с рыбалки волк, повстречал лису и спрашивает:- Кума, где ты была?- Окуньков в реке ловила.- Много ли взяла?До двадцати двух не добрала.А у меня два десятка и еще два.Сколько окуньков поймали волк и лиса? (40).4.К серой цапле на урокПрилетело семь сорок,А из них лишь три сорокиПриготовили уроки.Сколько лодырей-сорокПрилетело на урок?(4)5.Мы – большая семья.Самый младший – это я.Сразу нас не сосчитать:Юра, Саша, Шура, Клаша,И Наташа тоже наша.Мы по улице идем,Говорят, что детский дом.Сосчитайте поскорей,Сколько нас в семье детей?(6 детей) | 6.Я, Сережа, Коля, Ванда –Волейбольная команда.Женя с Игорем пока –Запасных два игрока.А когда подучатся,Сколько нас получится?(6 игроков)7.Сидят рыбаки, стерегут поплавки.Рыбак Корней поймал тринадцать окуней,Рыбак Евсей – четырех карасей,А рыбак Михаил двух сомов изловил.Сколько рыб рыбаки натаскали из реки?(19 штук)8.Шел Кондрат в Ленинград,А навстречу двенадцать ребят,У каждого по три лукошка.В каждом лукошке – кошка,У каждой кошки – 12 котят,У каждого котенка в зубах по 4 мышонка.И задумался старый Кондрат:Сколько мышат и котятРебята несут в Ленинград?(ни одного)9.Я приношу с собой зубную боль,В лице большое искажениеА «ф» на «п» заменишь коль,То превращусь я в знак сложения(флюс – плюс)10.Что за цифра – акробатка!Если на голову встанет.Ровно на три меньше станет.(9 – 6) |

 *1-й ведущий:* проверим готовность команд в «Аукционе», поочередно называем по одной пословице, поговорке или песни. Выигрывает та команда, которая назовет последней.

*2-й ведущий:* С большим интересом все ждут **конкурса капитанов.** И вот, наконец, они предстанут в единоборстве. Капитанов прошу подойти к нам. Вот вам задание, на раздумывание каждого вопроса – полминуты.

В воде оказалась 10-я ступенька пароходной веревочной лестницы. Начался прилив: вода в час поднимается на 30 см. Между ступеньками лестницы 15 см. Через сколько часов вода скроет 6-ю ступеньку? (Этого не произойдет. Пароход поднимается вместе с водой)

Электропоезд идет с востока на запад со скоростью 60 км/ч. В том же направлении – с востока на запад – дует ветер, но со скоростью 50 км/ч. В какую сторону отклоняется дым поезда? (Электропоезд бездымен)

В семье у каждого из шести братьев есть по сестре. Сколько детей в этой семье? (7)

Петух, стоя на одной ноге, весит 5 кг. Сколько он будет весить, если встанет на две ноги? (5 кг)

1-й ведущий: Ну и последним нашим конкурсом будет «Домашнее задание». Сейчас по жребию выберем пары команд, которые будут задавать друг другу вопросы, подготовленные дома (не более пяти). Помощники будут следить за правильными ответами. А в это время жюри подведет итоги предыдущих конкурсов.

2-й ведущий: Чтоб врачом, моряком или летчиком стать,

Надо прежде всего математику знать.

И на свете нет профессии, заметьте-ка,

Где бы на не пригодилась математика.

1-й ведущий: Заканчивается наш вечер и мы попросим представителя жюри назвать победителя сегодняшнего КВМ и поздравить всех участников. Не надо также забывать и побежденных – они тоже достойны доброго слова и утешительных призов.

Всего хорошего друзья!

Итоги внеклассного мероприятия

**Приложение 14.**

**Задания для промежуточной аттестации**

* 1. Задача. Два туриста выехали на велосипедах в разное время, а ехали с одинаковой скоростью. Когда второй турист проехал 5 км, первый уже проехал 13 км. Через сколько км пути первый турист проедет расстояние в два раза больше второго?

( через 3 км, I – 16 км, II – 8 км) (3 очка)

2. В левой части равенства расставьте знаки действий и скобки, чтобы равенство стало верным:

123456789=1

(1·2+3+4-5+6+7-8):9=1 (2 очка)

**3**. Отец купил сыну пальто за 19 руб. в уплату он дал только трехрублевки и получил 5 руб сдачи. Сколько дал трехрублевок продавцу?

(8 трехрублевок) (2 очка)

**4.** Сколько времени прошло от начала суток, если часы показывают без четверти 10?

(9 ч 45 мин) (2 очка)

**5.** Девочку спросили, сколько у нее сестер. Она ответила, что у нее сестре столько, сколько и братьев. А ее брат на этот же вопрос ответил, что у него сестер вдвое больше, чем братьев. Сколько в этой семье мальчиков и сколько девочек?

(4 девочки и 3 мальчики) (3 очка)

**6.** сколько всего цифр потребуется, чтобы пронумеровать 24 страницы тетради?

(39 цифр) (2 очка)

**7.** Какое число (четное или нечетное) получить, если сложить по порядку 6 натуральных чисел?

(нечетное) (2 очка)

**8.** Что больше:

1+2+3+4+0 или 1·2·3·4·0? (>) (1 очко)

**9.** Что будет в 2015 году? (поживем, увидим)

**Приложение 15.**

**Итоговая аттестация (тест)**

1. Девочка прочитала 56 страниц, и ей осталось прочитать в 4 раза меньше страниц, чем она уже прочитала. Сколько страниц в книге?
2. 80 В. 60 С. 90 Д. 70
3. В бочке было 40 ведер воды. Когда из нее отлили несколько ведер, то воды осталось в 7 раз больше, чем отлили. Сколько ведер отлили?
4. 4 В. 5 С. 6 Д. 7
5. Два поезда движутся навстречу друг другу – один со скоростью 70 км/ч, другой со скоростью 80 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд прошел мимо него за 12 секунд. Какова длина первого поезда?
6. 500 см В. 500 м С. 600 м Д. 500 км
7. У Алеши 80 марок, у Бори на 20 марок больше, у Вовы третья часть числа всех марок первых двух мальчиков. Сколько марок у Вовы?
8. 60 В. 80 С. 40 Д. 120
9. Бригада заасфальтировала 10 км шоссе, что составило 0,2 всего расстояния между двумя городами. Определите это расстояние.
10. 100 км В. 40 км С. 50 км Д. 80 км
11. 8 м сукна стоят столько же, сколько стоят 63 м ситца. Сколько метров ситца можно купить вместо 12 м сукна?
12. 89,5 м В. 94,5 м С. 86,5 м Д. 96 м
13. Что больше: А. 30% от 40 В.25% от 50 С.40% от 30 Д.60% от 20
14. На солнышке грелись несколько кошек. У них лап на 10 больше, чем ушей. Сколько кошек грелось на солнышке?
15. 4 В. 10 С.12 Д.5
16. На первом складе в 2 раза больше муки, чем на втором. Когда из первого склада вывезли 48 т, а из второго 11 т, то муки на складах стало поровну. Сколько тонн муки было на первом складе первоначально?
17. 96 т В. 74 т С. 59 т Д. 177 т
18. Пассажир метро, стоя на ступеньке эскалатора длиной 150 м, поднимается вверх за 3 мин. За сколько минут он поднимется, если будет идти вверх со скоростью 25 м/мин?
19. 3 мин В.2 мин С.4 мин Д.1 мин
20. Ученик рассчитал, что стоимость одной книги составляет 70% имеющихся у него денег, а другой книги – 60%. Если бы у него было еще 18 рублей, то он смог бы купить обе книги. Сколько денег было у ученика?
21. 70 р. В. 60 р. С.80 р. Д.112 р.
22. Сейчас отцу 38 лет, сыну 15 лет, дочери 5 лет. Через сколько лет сыну и дочери вместе будет столько же лет, сколько и отцу?
23. 16 В.18 С.12 Д.10
24. 3 яблока и 4 груши весят 1250 г, а 4 яблока и 2 груши весят 1000 г. Сколько весит яблоко?
25. 150 г В. 100 г С. 125 г Д. 175 г
26. Сложили три числа. Первое составило 25% от суммы, второе – 40%. Найдите третье число, если оно на 45 меньше второго.
27. 230 В. 290 С. 330 Д. 315
28. Участники математического кружка сели по 2 человека за парту, и 9 парт остались свободными. Если же они сядут по одному за парту, то одному человеку не хватит парты. Сколько было участников кружка?
29. 14 В. 12 С. 18 Д. 20

**Используемая литература**

**Для учителя:**

1. Внеклассная работа по математике в 5-6 классах. Под ред. С. И Шварцбурга. Москва, «Просвещение», 1977.
2. Генденштейн Л. Э. Алиса в стране математики. Изд. – коммерческое предприятие «Паритет» ЛТД, 1994.
3. Гершензон М. А. Головоломки профессора Головоломки. Сборник затей,фокусов, самоделок, занимательных задач/ Сост. И. Прусаков; 1994.
4. Математика. Всероссийские олимпиады. Н.Х. Агаханов, И.И. Богданов, П.А. Кожевников и др.;под об. Ред. С. И. Деидовой.- Москва : Просвещение, 2008
5. Сборник задач московских математических задач. Пособие для учителей 5-8 классов. Под ред. К. П. Сикорского. М., «Просвещение», 1967
6. Ф. М. Шустеф Материал для внеклассной работы по математике. – «Народная АСВЕТА» 1968
7. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Задачи на смекалку. Москва, «Просвещение», 2003.

**Для обучающихся:**

1. Ларин С. В. Что такое натуральные числа?: Книга для обучающиеся. М.: Просвещение. 1996.
2. Лучшие задачи на сообразительность: Книга для детей и родителей. – М.:АСТ – ПРЕСС, 1999.
3. Я познаю мир: Детская энциклопедия: Математика/ Сост. А. П. Савин, В. В. Станцо, А. Ю.Котова Изд. М.: ООО «Издательство АСТ - ЛТД» 1990.

**Интернет-ресурсы:**

1. Сайт: <http://illusion.turist.by/main/index/>
2. Сайт: [http://www.im-possible.info/russian/articles/escher\_math/escher\_math.html](http://www.im-possible.info/russian/articles/escher_math/escher_math.html%20)
3. Сайт: <http://www.math.ru>
4. Сайт: <http://hypatia.magomir.ru/ariph/p1.html>
5. Сайт: <http://www.ankolpakov.ru/2012/03/21/olimpiadnye-zadachi-po-matematike-5-6-klass-konkurs-kenguru-2012g/>